



دخترچه سوالات مرحله دوم

دهمین دوره المپیاد کامپیوتر سال ۱۳۸۸

مدت آزمون (دقیقه)	تعداد سوالات	
	مسأله‌های تشریحی	سوالات چند گزینه‌ای
۱۲۰	۴	-

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

توضیحات مهم

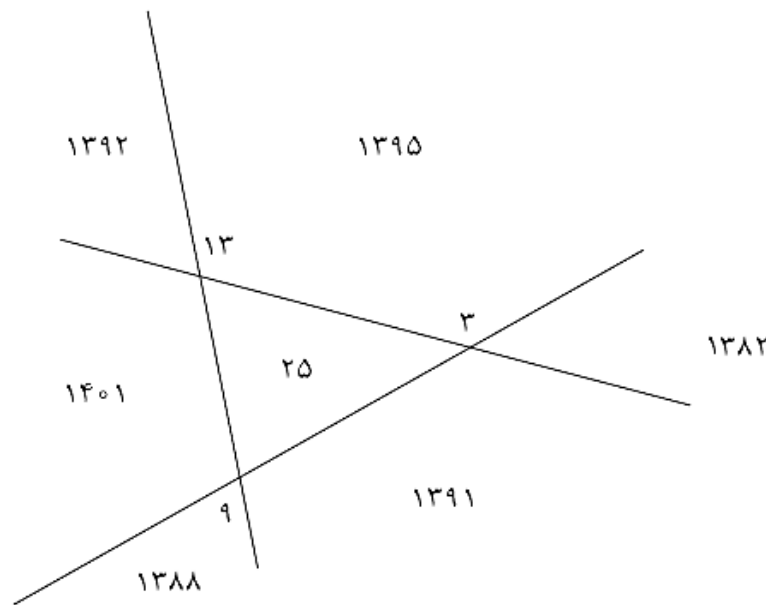
تذکرات آزمون:

ضمن آرزوی موفقیت برای شما دانش‌پژوه گرامی، خواهشمند است قبل از پاسخ به سؤالات آزمون به موارد زیر توجه کنید:

- این آزمون شامل ۴ مسأله‌ی تشریحی و وقت آن ۱۲۰ دقیقه است.
- استفاده از ماشین حساب در این آزمون غیر مجاز است.
- همراه داشتن تلفن همراه (حتی خاموش) در طول زمان آزمون مجاز نیست.
- فقط داوطلبانی می‌توانند دفترچه‌ی سؤالات را با خود ببرند که تا پایان آزمون در جلسه حضور داشته باشند.
- انتشار و بازتولید این سوالات توسط **کمیته‌ی اجرایی ماخ** انجام شده است.

۱- ناحیه‌ها (۱۰ نمره)

n خط روی صفحه داده شده‌اند، به طوری که هیچ دو خطی موازی و هیچ سه خطی هم‌رس نیستند. (به عبارت دیگر، هر دو خط دل‌خواه یک نقطه‌ی تلاقی منحصر به فرد دارند). روی هر نقطه‌ی تلاقی یک عدد دل‌خواه نوشته شده است. این n خط صفحه را به تعدادی ناحیه تقسیم می‌کنند که بعضی از آن‌ها بسته و بعضی باز هستند. به هر ناحیه‌ی بسته یا باز یک عدد نسبت می‌دهیم که از مجموع اعداد نقاط دور آن ناحیه به دست می‌آید. برای ناحیه‌های باز عدد ۱۳۷۹ را نیز به عدد محاسبه شده اضافه می‌کنیم. شکل زیر یک مثال برای $n = 3$ است. در این مثال اعداد روی نقاط تقاطع ۹، ۱۳ و ۳ هستند.



ثابت کنید اگر n مضرب ۴ باشد، آن‌گاه همه‌ی اعداد ناحیه‌ها نمی‌توانند فرد باشند.

۲- چراغ‌ها (۱۰ نمره)

روی یک خط، n چراغ با شماره‌های ۱ تا n قرار دارند که تعدادی از آن‌ها خاموش و بقیه روشن هستند. دو نفر به نام‌های A و B این بازی را با هم انجام می‌دهند. از ابتدا و در تمام مراحل بازی، چشم B بسته است و او وضعیت لامپ‌ها را نمی‌داند. در هر مرحله از بازی، B مجموعه‌ای از اعداد ۱ تا n را انتخاب می‌کند و به A می‌گوید. A لامپ‌هایی که شماره‌ی آن‌ها در آن مجموعه است را تغییر وضعیت می‌دهد؛ یعنی اگر لامپ خاموش بود، آن را روشن و اگر روشن بود آن را خاموش می‌کند. مثلاً اگر ۳ لامپ داشته باشیم و لامپ‌های ۱ و ۳ خاموش باشند و لامپ ۲ روشن باشد و B مجموعه‌ی $\{1, 2\}$ را انتخاب کند، در مرحله‌ی بعد لامپ ۱ روشن و لامپ‌های ۲ و ۳ خاموش خواهند شد.

در هر مرحله‌ای که تمام لامپ‌ها خاموش شوند بازی به نفع B تمام می‌شود. مثلاً اگر $n = 2$ و B به ترتیب مجموعه‌های $\{1, 2\}, \{1\}, \{1, 2\}$ را انتخاب کند، به هر ترتیب B برنده‌ی بازی خواهد شد. ثابت کنید برای هر n ، B می‌تواند طوری بازی کند که ببرد. یعنی می‌تواند دنباله‌ای از زیرمجموعه‌های $\{1, 2, \dots, n\}$ را انتخاب کند که برای هر وضعیت اولیه‌ی دل‌خواه از چراغ‌ها در حین انجام عمل به جایی برسیم که همه‌ی چراغ‌ها خاموش باشند.

